

VEREINFACHTES VERFAHREN ZUR BERECHNUNG DER DRUCK- UND MASSENVERTEILUNG IM MEERE

VON
H. U. SVERDRUP

(Manuskript am 14. Januar 1933 eingeliefert.)

In einer früheren Mitteilung haben Th. Hesselberg und der Verfasser¹⁾ Tabellen aufgestellt, bei deren Hilfe die Druck- und Massenverteilung im Meere in einfacherer Weise berechnet werden kann, als es nach den ursprünglichen Tabellen von V. Bjerknes und J. W. Sandström²⁾ möglich war. Die angegebene Vereinfachung beruhte darauf, dass ein Teil der Arbeit erspart werden kann, wenn man σ_t berechnet hat.

Wir angestrebten damals die absoluten Werte der betreffenden Grössen zu finden. In der Praxis ist es aber hinreichend, die von Bjerknes und Sandström benutzten Anomalien zu berechnen, und häufig werden nur diese Anomalien veröffentlicht. Ferner hat es sich gezeigt, dass es völlig befriedigend ist, nur die Anomalien des spezifischen Volumens und der dynamischen Tiefe zu verwenden. Der Zweck dieser Mitteilung ist zu zeigen dass diese Anomalien in einfacher Weise ermittelt werden können, wenn σ_t bekannt ist, und auch Tabellen zu geben, bei deren Hilfe eine grössere Genauigkeit erreicht werden kann.

Bjerknes und Sandström schreiben:

$$(1) \quad D = D_{35, o, p} + \Delta D$$

wo

$$(2) \quad D_{35, o, p} = \int_0^p \alpha_{35, o, p} dp, \quad \Delta D = \int_0^p \delta dp$$

und

$$(3) \quad \alpha_{s, \tau, p} = \alpha_{35, o, p} + \delta$$

$$(4) \quad \delta = \delta_s + \delta_t + \delta_{s, \tau} + \delta_{s, p} + \delta_{\tau, p} + \delta_{s, \tau, p}$$

Das letzte Glied, $\delta_{s, \tau, p}$, kann immer vernachlässigt werden, selbst wenn die höchst mögliche Genauigkeit angestrebt wird. Die drei ersten Glieder können zusammengefasst werden:

$$\delta_s + \delta_t + \delta_{s, \tau} = \Delta_{s, \tau}$$

Demnach ist:

$$(5) \quad \delta = \Delta_{s, \tau} + \delta_{s, p} + \delta_{\tau, p}$$

Das erste Glied, $\Delta_{s, \tau}$, lässt sich einfach berechnen, wenn σ_t bekannt ist. Wir schreiben:

$$\alpha_{s, \tau, o} = \alpha_{35, o, o} + \Delta_{s, \tau} = 1 - \frac{\sigma_t 10^{-3}}{1 + \sigma_t 10^{-3}}$$

und erhalten, indem der numerische Wert von $\alpha_{35, o, o}$, 0.97264, eingeführt wird:

$$\Delta_{s, \tau} = 0.02736 - \frac{\sigma_t 10^{-3}}{1 + \sigma_t 10^{-3}}$$

¹⁾ Beitrag zur Berechnung der Druck- und Massenverteilung im Meere. Bergens Museums Aarbok, 1914—15, No. 14. Bergen 1915.

²⁾ Statik der Atmosphäre und Hydrosphäre. Braunschweig 1912.

Tabelle 1 giebt $\Delta_{s,r}$ als Funktion von σ_t . Die Tabellen 2 und 3 sind der erwähnten Arbeit von Th. Hesselberg und dem Verfasser entnommen.

Die Anomalien des spezifischen Volumens lassen sich demnach mit Hilfe drei kleiner Tabellen berechnen und die Anomalien der dynamischen Tiefe erhält man wie gewöhnlich durch numerische Integration. Die vollständige Berechnung der Werte von einer Station bis 5 000 m Tiefe ist in weniger als einer halben Stunde ausgeführt, weil man immer mit kleinen Zahlen arbeitet.

Wünscht man die absoluten Werte des spezifischen Volumens und der dynamischen Tiefe, muss man die Tabellen bei Bjerknes und Sandström für die Standardwerte benutzen. Wie schon hervorgehoben braucht man aber im Allgemeinen nur die Anomalien, und deswegen dürfte das hier angegebene Verfahren vorteilhaft und zeitersparend sein.

Die Tabellen 1, 2 und 3 geben dieselbe Genauigkeit als die ursprünglichen Tabellen von Bjerknes und Sandström und die späteren Tabellen von Hesselberg und dem Verfasser. In der letzten Zeit ist aber die Genauigkeit der Beobachtungen wesentlich erhöht worden, und deswegen erscheint es wünschenswert die Berechnung der Anomalien mit grösserer Genauigkeit durchführen zu können. Wenn die fünfte Dezimalstelle in der Dichte, d. h. die zweite Dezimalstelle in σ_t , sicher ist, können beachtenswerte Fehler eingeführt werden, wenn man drei Tabellen verwendet in denen die Grössen eine Unsicherheit bis 0.5 in der fünften Dezimalstelle der Anomalie besitzen. Bei sehr genauer Berechnung ist es deswegen notwendig noch eine Dezimalstelle einzuführen, und zu dem Zweck sind die Tabellen 4, 5 und 6 aufgestellt worden. Die Werte in den zwei letzten Tabellen sind den Originalberechnungen entnommen, welche den Bjerknes-Sandströmschen Tabellen zugrundeliegen.

Mit Hilfe der Tabellen 4, 5 und 6 kann man genaue graphische Darstellungen entwerfen, die anstatt der Tabellen verwendet werden können, oder man kann durch Interpolation bequeme Tabellen für die in Frage kommenden Intervalle aufstellen und dadurch jede Interpolation beim Gebrauch der Tabellen vermeiden.

Mit Hilfe des sinnreichen Rechenschiebers von Oscar Sund¹⁾ kann dieselbe Genauigkeit erreicht werden. Ob man den Rechenschieber oder die Tabellen vorzieht, ist eine Frage der Übung, denn die zu einer Berechnung notwendige Zeit scheint etwa dieselbe zu sein, vorausgesetzt dass σ_t bekannt ist.

¹⁾ An Oceanographical Sliderule. Journ. d. Conseil Vol. IV, No. 1, Copenhagen 1929.

Tabelle 1. $10^5 \Delta_{s,r}$

σ_t	.00	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90
24.	392	383	373	364	354	345	335	326	316	306
25.	297	287	278	268	259	249	240	230	221	211
26.	202	192	183	173	164	154	145	135	126	116
27.	107	98	88	78	69	60	50	41	31	22
28.	12	3	-7	-16	-26	-35	-44	-54	-63	-73

Tabelle 2. $10^5 \delta_{s,p}$

Druck Dezibar	Salzgehalt ‰										
	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
200	-2	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1	2
300	-2	-2	-1	-1	0	0	0	1	1	2	2
400	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2	2	3
500	-4	-3	-2	-2	-1	0	1	2	2	3	4
600	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	4
700	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
800	-6	-5	-4	-2	-1	0	1	2	4	5	6
900	-7	-5	-4	-3	-1	0	1	3	4	5	7
1 000	-7	-6	-5	-3	-1	0	1	3	4	6	7
1 200	-9	-7	-5	-4	-2	0	2	4	5	7	9
1 400	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
1 600	-12	-9	-7	-5	-2	0	2	5	7	9	12
1 800	-13	-11	-8	-5	-3	0	3	5	8	10	13
2 000	-15	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	14
2 500	-18	-14	-11	-7	-4	0	4	7	11	14	18
3 000	-22	-17	-13	-9	-4	0	4	9	13	17	21
3 500	-25	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	19	24
4 000	-28	-22	-17	-11	-6	0	6	11	17	22	27
4 500	-31	-25	-19	-12	-6	0	6	12	18	25	31
5 000	-34	-27	-21	-14	-7	0	7	14	20	27	34
5 500	—	—	—	—	-7	0	—	—	—	—	—
6 000	—	—	—	—	-8	0	—	—	—	—	—
6 500	—	—	—	—	-9	0	—	—	—	—	—
7 000	—	—	—	—	-9	0	—	—	—	—	—
7 500	—	—	—	—	-10	0	—	—	—	—	—
8 000	—	—	—	—	-10	0	—	—	—	—	—
8 500	—	—	—	—	-11	0	—	—	—	—	—
9 000	—	—	—	—	-11	0	—	—	—	—	—
9 500	—	—	—	—	-12	0	—	—	—	—	—
10 000	—	—	—	—	-12	0	—	—	—	—	—

Tabelle 4a. $10^5 \Delta_{s,\tau}$

σ_t	.00	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	1.00
24.	392.2	382.7	373.2	363.6	354.1	344.6	335.1	325.5	316.0	306.5	297.0
25.	297.0	287.4	277.9	268.4	258.9	249.4	239.9	230.4	220.9	211.4	201.9
26.	201.9	192.4	182.9	173.4	163.9	154.4	144.9	135.4	125.9	116.5	107.0
27.	107.0	97.5	88.0	78.5	69.1	59.6	50.1	40.7	31.2	21.7	12.3
28.	12.3	2.8	-6.7	-16.1	-25.6	-35.0	-44.5	-53.9	-63.4	-72.8	-

Interpolations Tabelle.

	9.6	9.5	9.4
0.01	1.0	1.0	0.9
0.02	1.9	1.9	1.9
0.03	2.9	2.8	2.8
0.04	3.8	3.8	3.8
0.05	4.8	4.8	4.7
0.06	5.8	5.7	5.6
0.07	6.7	6.6	6.6
0.08	7.7	7.6	7.5
0.09	8.6	8.6	8.5

Tabelle 4b. $10^5 \Delta_{s,\tau}$

σ_t	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
26.5	154.4	153.5	152.5	151.6	150.6	149.7	148.7	147.8	146.8	145.9
26.6	144.9	144.0	143.0	142.1	141.1	140.2	139.2	138.3	137.3	136.4
26.7	135.4	134.5	133.5	132.6	131.6	130.7	129.7	128.8	127.8	126.9
26.8	125.9	125.0	124.0	123.1	122.1	121.2	120.3	119.3	118.4	117.4
26.9	116.5	115.5	114.6	113.6	112.7	111.7	110.8	109.8	108.9	107.9
27.0	107.0	106.0	105.1	104.1	103.2	102.2	101.3	100.3	99.4	98.4
27.1	97.5	96.6	95.6	94.7	93.7	92.8	91.8	90.9	89.9	89.0
27.2	88.0	87.1	86.1	85.2	84.2	83.3	82.3	81.4	80.4	79.5
27.3	78.5	77.6	76.6	75.7	74.8	73.8	72.9	71.9	71.0	70.0
27.4	69.1	68.1	67.2	66.2	65.3	64.3	63.4	62.4	61.5	60.5
27.5	59.6	58.7	57.7	56.8	55.8	54.9	53.9	53.0	52.0	51.1
27.6	50.1	49.2	48.2	47.3	46.3	45.4	44.5	43.5	42.6	41.6
27.7	40.7	39.7	38.8	37.8	36.9	35.9	35.0	34.0	33.1	32.1
27.8	31.2	30.2	29.3	28.3	27.4	26.4	25.5	24.6	23.6	22.7
27.9	21.7	20.8	19.8	18.9	17.9	17.0	16.0	15.1	14.1	13.2
28.0	12.3	11.3	10.4	9.4	8.5	7.5	6.6	5.6	4.7	3.7

Tabelle 5a. $10^5 \delta_{s,p}$

Druck Dezi- bar	Salzgehalt ‰										
	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
100	-0.8	-0.6	-0.5	-0.3	-0.2	0.0	0.2	0.3	0.4	0.6	0.7
200	-1.5	-1.2	-0.9	-0.6	-0.3	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5
300	-2.3	-1.8	-1.4	-0.9	-0.5	0.0	0.5	0.9	1.3	1.8	2.2
400	-3.0	-2.4	-1.8	-1.2	-0.6	0.0	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0
500	-3.8	-3.0	-2.3	-1.5	-0.8	0.0	0.8	1.5	2.2	3.0	3.7
600	-4.5	-3.6	-2.7	-1.8	-0.9	0.0	0.9	1.8	2.6	3.6	4.4
700	-5.3	-4.2	-3.2	-2.1	-1.1	0.0	1.1	2.1	3.1	4.2	5.1
800	-6.0	-4.8	-3.6	-2.4	-1.2	0.0	1.2	2.3	3.5	4.7	5.9
900	-6.8	-5.4	-4.1	-2.7	-1.4	0.0	1.4	2.6	4.0	5.3	6.6
1 000	-7.5	-6.0	-4.5	-3.0	-1.5	0.0	1.5	2.9	4.4	5.9	7.3
1 100	—	—	—	3.3	-1.7	0.0	1.7	3.2	4.8	6.5	8.0
1 200	—	—	—	3.6	-1.8	0.0	1.8	3.5	5.2	7.0	8.7
1 300	—	—	—	3.9	-1.9	0.0	1.9	3.8	5.7	7.6	9.4
1 400	—	—	—	4.1	-2.1	0.0	2.1	4.1	6.1	8.1	10.1
1 500	—	—	—	4.4	-2.2	0.0	2.2	4.4	6.5	8.7	10.8
1 600	—	—	—	4.7	-2.3	0.0	2.3	4.7	6.9	9.3	11.5
1 700	—	—	—	4.9	-2.5	0.0	2.5	4.9	7.3	9.8	12.2
1 800	—	—	—	5.2	-2.6	0.0	2.6	5.2	7.8	10.4	12.9
1 900	—	—	—	5.5	-2.7	0.0	2.7	5.5	8.2	10.9	13.6
2 000	—	—	—	5.8	-2.9	0.0	2.9	5.8	8.6	11.5	14.3
2 500	—	—	—	7.2	-3.6	0.0	3.6	7.1	10.7	14.2	17.7
3 000	—	—	—	8.5	-4.3	0.0	4.2	8.5	12.7	16.8	21.0
3 500	—	—	—	9.9	-4.9	0.0	4.9	9.7	14.6	19.4	24.2
4 000	—	—	—	11.1	-5.6	0.0	5.5	11.0	16.5	22.0	27.4

Tabelle 5b. $10^5 \delta_{s,p}$

Druck Dezi- bar	Salzgehalt ‰				
	34.4	34.6	34.8	35.0	35.2
2 000	-1.7	-1.2	-0.6	0.0	0.6
2 500	-2.2	-1.4	-0.7	0.0	0.7
3 000	-2.6	-1.7	-0.9	0.0	0.8
3 500	-2.9	-2.0	-1.0	0.0	1.0
4 000	-3.4	-2.2	-1.1	0.0	1.1
4 500	-3.7	-2.5	-1.2	0.0	—
5 000	-4.1	-2.7	-1.4	0.0	—
5 500	-4.4	-3.0	-1.5	0.0	—
6 000	-4.8	-3.2	-1.6	0.0	—
6 500	-5.1	-3.4	-1.7	0.0	—
7 000	-5.5	-3.6	-1.8	0.0	—
7 500	-5.8	-3.8	-1.9	0.0	—
8 000	-6.1	-4.1	-2.0	0.0	—
8 500	-6.4	-4.3	-2.1	0.0	—
9 000	-6.7	-4.5	-2.2	0.0	—
9 500	-7.0	-4.6	-2.3	0.0	—
10 000	-7.3	-4.8	-2.4	0.0	—

Tabelle 6a. $10^5 \delta_{t,p}$

Druck Dezi- bar	Temperatur °C.																
	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
100	-0.6	-0.3	0.0	0.3	0.5	0.7	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.9	3.5	3.9	
200	-1.1	-0.6	0.0	0.6	1.1	1.5	2.0	2.4	2.8	3.2	3.5	3.9	4.3	5.8	7.0	7.8	
300	-1.7	-0.6	0.0	0.8	1.6	2.3	3.0	3.7	4.3	4.8	5.4	5.9	6.5	8.8	10.4	11.6	
400	-2.2	-1.1	0.0	1.1	2.1	3.0	4.0	4.9	5.7	6.4	7.2	7.9	8.6	11.7	13.9	15.5	
500	-2.8	-1.4	0.0	1.4	2.6	3.8	5.0	6.1	7.1	8.0	9.0	9.9	10.8	14.6	17.4	19.4	
600	-3.3	-1.7	0.0	1.6	3.1	4.6	6.0	7.3	8.5	9.7	10.8	11.9	12.9	17.4	20.8	23.2	
700	-3.9	-2.0	0.0	1.9	3.7	5.3	6.9	8.4	9.8	11.2	12.5	13.8	15.0	20.2	24.1	27.5	
800	-4.4	-2.2	0.0	2.1	4.2	6.1	7.9	9.6	11.2	12.8	13.3	15.7	17.1	23.1	27.0	30.7	
900	-5.0	-2.5	0.0	2.4	4.7	6.8	8.8	10.7	12.6	14.3	16.0	17.6	19.2	25.9	30.8	34.5	
1 000	-5.5	-2.8	0.0	2.7	5.3	7.6	9.8	11.9	14.0	15.9	17.7	19.5	21.3	28.7	34.2	38.3	
1 100	-6.0	-3.1	0.0	3.0	5.8	8.3	10.7	13.0	15.3	17.4	19.4	21.4	23.3	31.4	37.5	—	
1 200	-6.5	-3.3	0.0	3.2	6.3	9.1	11.6	14.1	16.6	18.9	21.1	23.3	25.4	34.1	40.7	—	
1 300	-7.1	-3.6	0.0	3.5	6.8	9.8	12.6	15.3	17.9	20.4	22.8	25.1	27.4	36.9	44.0	—	
1 400	-7.6	-3.8	0.0	3.7	7.3	10.6	13.5	16.4	19.2	21.9	24.5	27.0	29.5	39.6	47.2	—	
1 500	-8.1	-4.1	0.0	4.0	7.8	11.3	14.4	17.5	20.5	23.4	26.2	28.9	31.5	42.3	50.5	—	
1 600	-8.6	-4.3	0.0	4.2	8.2	12.0	15.4	18.6	21.8	24.9	27.8	30.7	33.5	44.9	53.6	—	
1 700	-9.1	-4.6	0.0	4.5	8.7	12.7	16.3	19.7	23.1	26.3	29.5	32.5	35.4	47.6	56.8	—	
1 800	-9.6	-4.8	0.0	4.7	9.2	13.4	17.2	20.8	24.3	27.8	31.1	34.3	37.4	50.2	59.9	—	
1 900	-10.1	-5.1	0.0	5.0	9.7	14.1	18.1	21.9	25.6	29.2	32.7	36.1	39.3	52.9	63.1	—	
2 000	-10.6	-5.3	0.0	5.2	10.1	14.7	19.0	23.0	26.9	30.7	34.4	37.9	41.4	55.5	—	—	
2 500	-13.1	-6.5	0.0	6.3	12.3	18.1	23.4	28.3	33.1	37.7	42.2	46.6	50.7	68.2	—	—	
3 000	-15.4	-7.6	0.0	7.4	14.4	21.2	27.6	33.4	39.1	44.6	49.9	55.0	59.8	80.4	—	—	
3 500	-17.7	-8.7	0.0	8.4	16.4	24.2	31.5	38.3	44.9	51.2	57.3	63.1	68.6	92.2	—	—	
4 000	-19.9	-9.9	0.0	9.5	18.4	27.0	35.2	43.0	50.5	57.6	64.4	70.9	77.1	—	—	—	

Tabelle 6b. $10^5 \delta_{t,p}$

Druck Dezibar	Temperatur °C.												
	— 1.0	— 0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
2 000	— 5.3	— 2.6	0.0	2.6	5.2	7.7	10.1	12.4	14.7	16.9	19.0	21.0	23.0
2 500	— 6.5	— 3.2	0.0	3.2	6.3	9.3	12.3	15.2	18.1	20.8	23.4	25.9	28.3
3 000	— 7.6	— 3.7	0.0	3.7	7.4	11.0	14.4	17.8	21.2	24.5	27.6	30.6	33.4
3 500	— 8.7	— 4.3	0.0	4.2	8.4	12.5	16.4	20.3	24.2	28.0	31.7	—	—
4 000	— 9.9	— 4.9	0.0	4.8	9.5	14.0	18.4	22.7	27.0	31.3	35.6	—	—
4 500	— 11.0	— 5.4	0.0	5.3	10.4	15.4	20.3	—	—	—	—	—	—
5 000	— 12.0	— 5.9	0.0	5.7	11.2	16.7	22.1	—	—	—	—	—	—
5 500	— 13.0	— 6.4	0.0	6.1	12.1	18.0	23.9	—	—	—	—	—	—
6 000	— 13.9	— 6.9	0.0	6.5	12.9	19.3	25.6	—	—	—	—	—	—
6 500	— 14.8	— 7.3	0.0	6.9	13.7	20.5	27.3	—	—	—	—	—	—
7 000	— 15.7	— 7.8	0.0	7.4	14.6	21.7	28.9	—	—	—	—	—	—
7 500	— 16.6	— 8.2	0.0	7.8	15.4	23.0	30.5	—	—	—	—	—	—
8 000	— 17.4	— 8.6	0.0	8.2	16.1	24.1	32.0	—	—	—	—	—	—
8 500	— 18.2	— 9.0	0.0	8.6	17.0	25.3	33.5	—	—	—	—	—	—
9 000	— 18.9	— 9.3	0.0	9.0	17.8	26.4	34.9	—	—	—	—	—	—
9 500	— 19.6	— 9.7	0.0	9.4	18.6	27.5	36.2	—	—	—	—	—	—
10 000	— 20.3	— 10.0	0.0	9.8	19.4	28.6	37.5	—	—	—	—	—	—