

DIE KONTINUIERLICHE UND DIE STOCHASTISCHE BESCHREIBUNG DER NATUR

VON J. HOLTSMARK

FREMLAGT I VIDENSKAPS-AKADEMIETS MØTE DEN 9DE FEBRUAR 1962

Mit VILHELM BJERKNES ist ein Physiker dahingegangen, der aus der Physik des vorigen Jahrhunderts, des „goldenen Zeitalters der Physik“, ausgegangen war, und dessen Lebenswerk stets fest in dieser klassischen Physik verankert blieb. Es möge mir erlaubt sein zu seinem 100. Geburtstag einige Betrachtungen anzustellen über die Wandlungen in der Physik in diesen hundert Jahren. Das wird mir auch Gelegenheit geben, den Ausdruck „goldenes Zeitalter der Physik“ zu erläutern und zu begründen. Ich werde versuchen zu zeigen, wie die Physik von der Strenge der *mecanique rationelle* des 18. Jahrhunderts über den wundervollen Höhepunkt des 19. Jahrhunderts — ich denke dabei an die Maxwellsche Theorie und die Thermodynamik — zu der heutigen Quantenphysik herabgestiegen ist.

Es liegt eine tiefe Resignation in dieser Entwicklung von der idealen Klarheit des 19. Jahrhunderts zu der realistischen Auffassung von heute, einer Entwicklung, die wir vielleicht bezeichnen können als „Abstieg“ von einer Natur als einem bis ins kleinste gesetzmässig geregelten Mechanismus zu einer Natur, die im innersten Wesen stochastisch ist, und deren kleinste Teile den Gesetzen des Zufalls gehorchen. Es ist ininteressant und lehrreich diese Entwicklung näher zu analysieren und mit der früheren geschichtlichen Entwicklung der Physik zu vergleichen. Wir stossen dabei auf tiefgelegene Zusammenhänge, die bis zu den Anfängen der Naturwissenschaft zurückreichen, zu dem Streit der Atomisten und der Eleaten im 5. Jahrhundert v. Chr., einem Streit der sich fast bis zu unserer eigenen Zeit fortgesetzt hat.

Man kann die Frage, um die es sich handelte, etwa so vereinfachen. Wir beobachten in der Natur Veränderungen und Bewegungen, wie ist das möglich?

Die Atomisten sagen hierzu folgendes. Wenn etwas sich bewegen soll, so muss ein leerer Raum vorhanden sein, in dem sich dieses Etwas bewegen kann. Daraus folgt logisch, dass die Natur aus getrennten Materieteilen im leeren Raum bestehen muss. Die Atomisten führten diesen Gedankengang noch weiter, indem sie postulierten, dass die Materie aus kleinsten Teilchen, Atomen, bestehe, und dass die Atome sich im leeren

Raum bewegen. Uns ist dieser Gedankengang geläufig; das einzige, was noch unklar blieb, ist das Wesen der Atome selbst, etwa was unter ihrer Unteilbarkeit verstanden werden soll, z. B. ob von einer mathematischen oder einer physikalischen Unteilbarkeit die Rede sein soll.

Die Eleaten stellen sich das Problem ganz anders vor. Ihre Schlussweise ist etwa die folgende. Von einem leeren Raum, oder überhaupt von einem Leeren, kann man keine Aussage machen in der Form: „Es ist . . .“ weil das Leere keine Eigenschaften hat. Man kann z.B. nicht sagen: „Dass Leere ist gross, oder schön, oder sonst was.“ Daraus ziehen die Eleaten des Schluss: „Das Leere *ist* nicht“ in der Bedeutung: es *existiert* nicht, es ist das Nichtseiende des Parmenides. Sie überführen die Aussage, wo „sein“ nur das Prädikat andeutet, in eine Aussage, wo „sein“ die Bedeutung „existieren“ hat.

Daraus wird aus der Negation der Möglichkeit eines Prädikats die Negation der Existenz: Ein Leeres ist nicht möglich, oder wie Parmenides es selbst ausdrückt: „Ein Nichtseiendes ist nicht möglich“. Daraus folgert er logisch: das Seiende, d.h. das, was existiert, die gesamte Natur, ist ein homogenes Ganzes, eine Kugel, in welcher keine Bewegung möglich ist. Die Bewegung, die wir trotzdem beobachten, ist daher nur eine Täuschung; in Wirklichkeit existiert nur diese vollkommene, unbewegliche Kugel.

Wir begegnen in diesen beiden Theorien, oder vielmehr Hypothesen, zum ersten Mal dem Gegensatz Partikel-Kontinuum. Er zieht sich durch die ganze Geschichte der Physik, mit wechselndem Übergewicht der einen oder anderen Auffassung, bis zum heutigen Tag. Wir werden dies durch ausgewählte, geschichtliche Ausschnitte zu beleuchten versuchen. Es wird sich zeigen, dass wir dabei auf einen anderen tiefliegenden Gegensatz in der Naturauffassung stossen, auf den Gegensatz: „Determinismus — Unbestimmtheit“. Er hängt mit dem Gegensatz: Kontinuum-Partikel eng zusammen.

Leukippos, der wohl allgemein als Vater der Atomtheorie gilt, meinte, dass die Bewegung der Atome eine völlig regellose sei. Da er überhaupt kein Kraftgesetz kannte, konnte er diese Regellosigkeit kaum als Folge einer fehlenden allgemeinen Gesetzmässigkeit empfinden, sondern eher von fehlenden Ursachen sprechen. Er stellte sich vor, dass die Atome zusammenstossen, aber er hatte offenbar keine Vorstellung davon, dass die Zusammenstösse irgend einem mechanischen Grundgesetz unterlägen. Wir können daher die Theorie des Leukippos auch als eine Theorie der Unbestimmtheit bezeichnen. Heute würden wir sie eine stochastische Theorie nennen.

Im Gegensatz dazu postuliert Parmenides die ewige, absolute Unbeweglichkeit. Die Kugel, als welche er sich die gesamte Natur, *das Seiende*, vorstellt, ist ein homogenes Kontinuum, unbeweglich und undifferenziert.

Aristoteles hat gewissermassen die beiden Theorien vereinigt, indem er die Grundsätze aufstellte:

1. Es gibt kein Leeres.
2. Die Materie füllt zwar den ganzen Raum aus, sie ist aber differenziert, und ihre Teile können sich relativ zu einander bewegen, indem sie an einander vorbeigleiten.

Dadurch entging er der Schwierigkeit, die Existenz eines Nichtseienden (eines Leeren) annehmen zu müssen, aber gleichzeitig entging er auch der Verneinung der Bewegung des Parmenides.

Als unabhängiges Axiom hat Aristoteles weiter den Satz: „Alles hat eine Ursache, bis auf den sogenannten ersten Bewegter (*primus motor*)“. Wir würden wohl dies als ein Postulat des Determinismus deuten, darauf kommen wir noch zurück.

Ich überspringe die nächsten tausend Jahre und werde nur einen kurzen Blick werfen auf die arabischen Gelehrten des achten und neunten Jahrhunderts, welche unter dem Namen Muta-kallimun bekannt sind. Bei diesen Gelehrten finden wir sowohl das Problem des Kontinuums, wie das Problem des Determinismus in äusserst scharfsinniger und eigenartiger Weise behandelt.

Die Zeit ist nach ihrer Auffassung ein ruhig dahinfließendes *tempus*. Da jedoch die Religion das stete Eingreifen Gottes verlangt, so wird angenommen, dass die Welt jeden Augenblick von Gott neu erschaffen wird. Prinzipiell kann daher die Welt bei diesem Neuerschaffen in beliebiger Weise von der soeben gewesenen Welt abweichen. *In praxi* ist das aber erfahrungsgemäss nicht der Fall, sondern die Änderungen sind stetig. Dies wird damit erklärt, dass Gott die Gewohnheit hat, die Welt *fast genau* so wieder zu erschaffen, wie sie soeben war.

Durch diese Annahme wird aber, wie man sofort sieht, etwas ganz wesentliches erreicht, indem der strenge Determinismus durchbrochen wird. Wir würden heute sagen, es wird ein stochastisches Moment hereingebracht. Das Weltgeschehen ist nicht absolut kontinuierlich, sondern es sind fortwährend unregelmässige Schwankungen vorhanden.

Auch die Raumauffassung der Muta-kallimun bringt neue Gesichtspunkte. So wird z.B. diskutiert, ob die Begrenzungsfläche eines Körpers zu diesem gehört, oder nicht. Wir möchten hierin fast eine Vorahnung der weit späteren mathematischen Probleme sehen, die mit der Definition eines Grenzwertes durch einen Grenzübergang zusammenhängen. Ich komme darauf noch zurück.

Wir blicken noch einige Jahrhunderte weiter vor zu den Scholastikern. Ihre Naturauffassung war bekanntlich die aristotelische. Für uns ist es besonders wichtig, dass sie den Determinismus in der Form „*nihil sine causa*“ anerkannten, jedoch wurde dies insofern hinfällig, als sie das willkürliche Eingreifen Gottes auch als mögliche *causa* rechneten. Wir wollen nicht näher auf ihre oft sehr subtilen Beweise eingehen, sondern wir wollen uns an das erneute Auftauchen der Atomtheorie wenden, das gewöhnlich mit dem Namen Pietro (Pierre) Gassendis verknüpft wird.

Aristoteles hatte sich die Materie (*materia*) als eigenschaftsloses Substrat vorgestellt, das erst durch die irgendwie erworbenen Eigenschaften — Form, Farbe, Gewicht, u.s.w. — als *Akzidenzen* die Dinge der Welt bildete.

Demgegenüber wollten die Atomisten die verschiedenen Eigenschaften der Materie durch die Verschiedenart der Atome erklären, und die Veränderungen in der Natur durch die Bewegung der Atome im leeren Raum und durch die Änderung ihrer gegenseitigen Lage.

Es ist charakteristisch für die Vertreter der Atomtheorie, dass sie sich die Atome als gewöhnliche Körper vorstellten. Mit der Entwicklung der Mechanik wurde diese Vorstellung immer nur verfestigt, in der Weise, dass der materielle Punkt der rationellen Mechanik und das Atom eigentlich identische Begriffe waren. Beide gehorchten den Gesetzen der Mechanik, beide standen unter der Herrschaft einer strengen Kausalität.

Es ist eine bemerkenswerte Tatsache, dass die Physik zu jeder Zeit die Form annimmt, die zu der gleichzeitigen Mathematik passt. Man kann es aber auch umgekehrt ausdrücken: die Physik fordert gewisse mathematische Methoden, die dann rechtzeitig entwickelt werden. Bekanntlich kam die Entwicklung der Differentialrechnung gleichzeitig mit der Newtonschen Mechanik, in diesem Falle von derselben Person.

Es ist auch bekannt, wie die Differentialrechnung und besonders die Theorie der Differentialgleichungen die Physik des 18. und 19. Jahrhunderts geprägt oder, man könnte sagen, in ihrem Bann gehalten haben. Die Differentialgleichung ist die Beschreibung des Kontinuums und der Kausalität. Die Physik des 18. und des frühen 19. Jahrhunderts war die Physik der Kontinuums. Um die Zeit wurden die Begriffe der „Imponderabilien“ geprägt, wie das elektrische Fluidum, der Wärmestoff u.s.w. Diese waren absolut homogene, beliebig teilbare und verdichtbare „Fluida“, deren Benehmen von Differentialgleichungen gesteuert war. Und wenn auch die Atome notgedrungen akzeptiert werden mussten, so waren sie auch Körper im gewöhnlichen Sinne und unterlagen den mechanischen Gesetzen. Die Hydrodynamik, die Gasgesetze und die thermodynamischen Gesetze, einschliesslich des Entropiebegriffes von Clausius, sind Beispiele für diese „Physik der Differentialgleichungen“, die, wie schon erwähnt, mit der Maxwellschen Theorie gipfelte. Um diese Zeit finden wir auch die „Aethermodelle“, das heisst ausgeklügelte Gebilde, welche dazu dienen sollten, die Lichtfortpflanzung im leeren Raum mechanisch zu erklären.

Der Anfang zu einer geänderten Auffassung kam mit der kinetischen Gastheorie, die ja auf Statistik beruht. Es ist bemerkenswert, dass Clausius und Maxwell, die beide die Physik der Differentialgleichungen zu einem Höhepunkt geführt haben, gleichzeitig die kinetische Gastheorie entscheidend gefördert haben. Beide dachten sich ein Gas aus körperlichen Molekülen, deren Bewegung zwar ungeordnet war, aber im Prinzip den Newtonschen Gesetzen folgte. Die Maxwellsche Ableitung des bekannten Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes setzt z.B. voraus, dass die Moleküle an einander stossen und dabei Energie und Impuls nach den Stossgesetzen austauschen.

Das Clausius-sche und das Maxwellsche Gas waren also im Prinzip vollkommen kausal geregelte Systeme. Dass wir nicht imstande sind, sie genau zu beschreiben, wurde als eine praktisch-technische Schwierigkeit betrachtet, prinzipiell wurde die Möglichkeit einer solchen Beschreibung zugegeben. Das Gas, als mechanisches System, ist deshalb nach dieser Auffassung ein Kontinuum.

Wir gebrauchen hier das Wort Kontinuum bewusst in einer etwas anderen Bedeutung als der üblichen. Wir meinen damit ein System, das bis ins Kleinste durch Differentialgleichungen geregelt ist. Es ist dabei irrelevant, ob diese Differentialgleichungen, so wie wir sie kennen, die Bewegung des Systems genau beschreiben, sondern es

kommt nur auf das Prinzip an, dass die Natur sich sozusagen selbst in Fesseln gelegt hat. Als Phänomen in Raum und Zeit ist das Clausius-Maxwellsche Gas ein Kontinuum, das raumzeitliche Geschehen hat keine Lücken und keine Diskontinuitäten.

Ich möchte hier an die 1754 in Rom erschienene, in dieser Beziehung sehr interessante Arbeit von Ruder Boškovič „*De continuitatis lege*“, erinnern. Der Verfasser setzt hier auseinander, das Primäre im Weltgeschehen sei die *Bewegung*, während Raum und Zeit untergeordnete oder sekundäre Grössen seien. Die Materie stellt er sich vor als mathematische Punkte, welche die singulären Punkte eines Kraftfeldes sind. Da zwei solche Punkte sich bei Annäherung an einander unendlich stark abstossen, werden sie nie beide denselben Raumpunkt zur selben Zeit einnehmen können. Er verbindet diese Vorstellungen in eigentümlicher Weise mit einer Art Relativitätstheorie, indem er auseinandersetzt, dass es nicht möglich ist, etwas absolut ruhendes anzugeben, und er formuliert den Satz: *Alles ist in Bewegung*. Die Bewegung ist nach Boškovič kontinuierlich, dagegen sind die Raum- und Zeitpunkte als reale „Akzidenzen“ der Bewegung *diskret*.

Es ist nicht leicht sich eine klare Vorstellung davon zu machen, was damit gemeint ist. Uns interessiert hier die Beschreibung der Welt als eine Raum-Zeitfunktion der singulären Punkte, (die als unzerstörbar und unveränderlich angenommen werden). Die Hauptsache bleibt dabei, wie es schon der Titel des ganzen Werkes angibt, die Kontinuität im Geschehen.

Es gelang Boškovič nicht, diese Kontinuität scharf zu erfassen. Er stiess nämlich auf die Schwierigkeit, der man auch bei der Definition eines mathematischen Kontinuums begegnet, z.B. bei der Menge der reellen Zahlen, dass es immer möglich ist, zwischen zwei gegebenen Zahlen unendlich viele andere anzugeben. Boškovič umging diese Schwierigkeit, indem er zwischen der mathematischen Funktion als *modum imaginarium* und der wirklich angebbaren Lage als *modum realem* sonderte. Wir möchten aber betonen, dass dadurch keine eigentliche Unbestimmtheit hereinkommt, denn der *modus imaginarius* ist nach Boškovič vollkommen durch das Naturgesetz bestimmt. Boškovič wollte offenbar nicht den Begriff, den wir als die Menge des mathematischen Kontinuums bezeichnen auf die Punkte der Bahn eines Materiepunktes angewendet wissen, sondern nur auf die Bewegung als solche. Dadurch konnte er auch die absolute Kausalität bewahren.

Das galt übrigens der gesamten Physik des 18. und auch des 19. Jahrhunderts. Wir brauchen nur an den bekannten Laplace'schen Geist zu erinnern, der ja nichts anderes ist, als das Postulat einer absoluten Kausalität im Weltgeschehen. Ob der Geist existiert oder nicht, ist dabei völlig ohne Bedeutung, was oft übersehen wurde.

Die Hydrodynamik, die Clausius-sche Thermodynamik und die Maxwellsche Elektrodynamik sind alle von der Vorstellung eines kontinuierlichen Weltgeschehens ausgegangen. Die Boltzmannsche und die Gibbs-sche Statistik sind quasistochastisch, insofern als es ohne Belang ist, ob das stochastische in der Natur selbst begründet ist, oder ob es durch die für die ungeordnete Bewegung massgebenden grossen Zahlen vorgetäuscht wird.

Um diese Zeit fällt auch der Streit um die Ergodenhypothese: „Wird ein physikalisches System im Laufe der Zeit von selbst zu einem früheren Zustand zurückgelangen, oder vielmehr in beliebige Nähe an sie kommen? Die Frage hat nur auf dem Boden der absoluten Kausalität einen Sinn, mathematisch durch das System der Bewegungsgleichungen. Boškovič kennt dasselbe Problem, insofern als er die Möglichkeit verneint, dass ein Punkt jemals wieder dieselbe Lage einnehmen kann, welche er einmal gehabt hat. Seine Begründung liegt aber, wie wir jetzt sagen würden, darin, dass die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Punktes in einer kontinuierlichen Punktmenge unendlich klein ist.

Wir möchten in der Formulierung des Ergodenproblems einen Beweis sehen, dass sich allmählich so etwas wie eine Unruhe über die Konsequenzen der absoluten Kausalität sich hereingeschlichen hat. Parallel dazu zeigte sich diese Unruhe auch im humanistischen Lager in dem Aufflammen des alten Streites zwischen Determinismus und Indeterminismus.

Die Plancksche Quantentheorie aus dem Jahre 1900 brachte zwar ein entscheidend Neues, sie trug aber eigentlich nichts bei zu der Frage der Kausalität. Sie brachte ein Rätsel herein, das immer noch ungelöst ist, nämlich das Wirkungsquantum. Wir möchten das Neue der Quantentheorie eher als eine Beantwortung der Frage sehen, wie sich die Natur von den Konsequenzen der absoluten Kontinuität befreit hat, aber vorerst nur im Sinne der kontinuierlichen Teilbarkeit der physikalischen Grössen. Freilich blieb es, und bleibt es immer noch unbefriedigend, dass die „unanschauliche“ Grösse, die Wirkung, gequantelt, also gewissermassen „atomisiert“ wurde, während die „anschaulichen“ Grössen, wie z.B. die Energie nur in Verbindung mit der Frequenz gequantelt werden können. Wir sehen also in der Einführung der ursprünglichen Quantentheorie nicht das radikal Neue, was später mit der Unsicherkeitsrelation hereinkam, nämlich die stochastische Natur des Weltgeschehens, auf die wir noch zu sprechen kommen.

Einen ausserordentlich wichtigen Schritt weiter sehen wir in der Strahlungstheorie Einsteins vom Jahr 1917. Einstein zeigte, dass das Plancksche Gesetz der schwarzen Strahlung im Prinzip aus der Annahme gewisser ungeordneter, d.h. zufälliger Prozesse abgeleitet werden kann.

Planck hatte die Statistik dadurch hereingebracht, dass er eine vorgegebene Energiemenge auf seine Oszillatoren statistisch verteilte, und dabei die Grösse der Energiequanten durch das Wirkungsquantum regelte. Die Gültigkeit der Maxwellschen Gleichungen bei der Emission und Absorption war vorausgesetzt. Das Wirkungsquantum kam herein als ein „*deus ex machina*“, welcher im geeigneten Moment den Prozess der Emission oder der Absorption unterbrach.

Bei Einstein sind sowohl Emission wie Absorption stochastische Prozesse, über deren Verlauf im kleinen nichts vorausgesetzt wird. Die Maxwellsche Elektrodynamik kommt an sich nicht herein, sie wird nur zu einer Bestimmung einer Konstanten benutzt. Die einzelnen Emissions- und Absorptionsprozesse sind stochastische Ereignisse, deren Natur unbekannt und irrelevant sind.

Die bekannte Hilbert-sche Begründung der kinetischen Gastheorie aus dem Jahre 1910 ist für unser Thema interessant, weil sie mit Hilfe der Theorie der linearen Integralgleichungen und auf Grund gewisser physikalisch begründeten Annahmen das Geschwindigkeitsverteilungsgesetz ableitet, nämlich als das Gesetz, was sich bei den Zusammenstößen selbst reproduziert. Die Zusammenstöße spielen dabei keine andere Rolle als die, stochastische Ereignisse zu sein. Das Geschwindigkeitverteilungsgesetz erscheint also als stationäre stochastische Funktion.

Es war schon längst bekannt, dass auch der Gasdruck und die Temperatur statistische Grössen sind. Man dachte sich aber die Statistik, wie oben hervorgehoben wurde, nicht als Folge von an sich zufälligen Ereignissen, sondern als Folge der grossen Zahlen. Dass die Elementarprozesse nach den Regeln der Mechanik erfolgten, wurde eigentlich nicht bezweifelt, diese Frage war aber für das Ergebnis belanglos, und sie lässt sich aus makroskopischen Messungen nicht entscheiden.

Mit dem Erscheinen der Quantenmechanik in 1925 und 1926 hat sich die Lage entscheidend geändert, und zwar mit der Erkenntnis, dass das Weltgeschehen nicht kontinuierlich ist, dass es sich also im Einzelnen nicht durch Differentialgleichungen beschreiben lässt. Eine und dieselbe Ursache kann unendlich viele Folgen haben, ohne dass wir im Stande sind, diese Folgen anders als durch statistische Mittelwerte anzugeben. Die Differentialgleichungen der Quantenmechanik steuern die Ereignisse in der Mikrowelt nur statistisch. Innerhalb der statistischen Gesetze sind die Einzelereignisse völlig frei und unberechenbar.

Die Unsicherheitsrelation kann aus der Wellenmechanik abgeleitet werden, und erscheint dann fast als etwas selbstverständliches. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse aber umgekehrt, wir müssen die Unsicherheitsrelation als das Primäre betrachten, und die Wellenmechanik als eine mathematische Beschreibung, welche die Tatsachen zu einem gewissen Grad „erklären“ kann.

Bekanntlich sind zwei Deutungen der Unsicherheitsrelation vorgeschlagen.

Einerseits kann man sich denken, dass das stochastische Benehmen der Elementarpartikeln nur scheinbar ist, und dass „in Wirklichkeit“ alles durch verborgene kausale Gesetze geregelt ist. Hierher gehört auch die Auffassung dass die Unsicherheit, welche wir in der Tat beobachten, von der unvermeidlichen Wechselwirkung zwischen Messobjekt und Messinstrument herrührt. So hat N. Bohr ausführlich gezeigt, wie sich dieser Effekt in den verschiedenen Fällen auswirkt, wenn man eine Beobachtung macht. Was passiert, wenn nicht beobachtet wird, können wir freilich nicht erkennen, und man hat daher auch die Möglichkeit hervorgehoben, dass dieses Geschehen kausal geregelt sein könnte, so dass das Kausalgesetz doch gerettet werden könnte.

Demgegenüber haben v. Laue und Schrödinger schon in 1932 die Ansicht vertreten, dass die Unsicherheitsrelation viel tiefer eingreift. Das statistische liegt in der Natur selbst, unabhängig von unseren Beobachtungen.

Man darf wohl in dem Gegensatz der beiden Auffassungen den alten Gegensatz der Atomisten und der Kontinuumsvertreter sehen. Boškovič hat schon die Schwierigkeiten empfunden, welche der Überführung des mathematischen Kontinuums auf die

Physik entgegenstehen, und er hat sich durch die Unterscheidung zwischen *modum imaginarium* und *modum realis* geholfen. Dem würde entsprechen, dass z.B. die „Bahn“ einer Partikel als *modus realis* und ihre Wellenfunktion als *modus imaginarius* bezeichnet werden könnte.

Bei genauerem Zusehen werden wir entdecken, dass alle Naturgesetze, die wir kennen, stochastische Gesetze sind. Und noch mehr, alle physikalische Grössen, wahrscheinlich mit Ausnahme der Planck-schen Konstante und der elektrischen Elementarladung, können nur statistisch definiert werden. Es fragt sich dann, ob dies im Wesen der Natur selbst liegt, oder ob die Unmöglichkeit einer scharfen, gleichzeitigen Beobachtung paarweise komplementärer Grössen dafür vorantwortlich ist. Wir sind damit an das Gebiet des Glaubens gelangt und verlassen das Gebiet des Wissens. Unser Bericht hat uns zum Anfangspunkte zurückgeführt, zu den Eleaten und den Atomisten. Von der Sicherheit des 19. Jahrhunderts, die mit der Maxwell-schen Elektrodynamik gipfelte und zugleich endete, sind wir zu dem bescheidenen Standpunkt herabgestiegen, den wir, im Übermass des Wissens, trotzdem mit dem berühmt gewordenen „*ignorabimus*“ kennzeichnen müssen.

(Manuscript received January 23, 1962)